Styl: **Autor** Imię Nazwisko: Paweł Rogaliński
Styl: **Autor** Nr indeksu: 123456
Styl: **Autor** Grupa: wtorek 7:30
Styl: **Autor** Data: 10-10-2007

Autor : Normalny + Wcięcie: Pierwszy wiersz: 0 cm, Interlinia: pojedyncze, Tabulatory: 3,17 cm, Do prawej + 3,49 cm, Do lewej

Marginesy :
Górny 2cm
Dolny 2 cm
Lewy 3 cm
Prawy 2cm
Na oprawę 0 cm

Styl: **Tytuł**

# Twierdzenie Pi

Tytuł : Normalny + Czcionka: (Domyślny) Arial, 36 pt, Pogrubienie, Stosuj kerning przy 14 pt, Wcięcie: Pierwszy wiersz: 0 cm, Wyrównany do środka, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 24 pt, Po: 36 pt, Poziom 1

Źródło : Normalny + Czcionka: 10 pt, Wcięcie: Z lewej: 1 cm, Pierwszy wiersz: 0 cm, Z prawej: 1 cm, Interlinia: pojedyncze, Obramowanie: Ramka: (Pojedyncza linia ciągła, Automatyczny, 1 pt Szerokość linii), Deseń: Przezroczysty (30% Szary)

Styl: **Źródło**

Tekst artykułu jest skrótem artykułu „Twierdzenie Pitagorasa
wikipedii http://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Pitagorasa

Styl: **Streszczenie**

Twierdzenie Pitagorasa – jest twierdzeniem geometrii euklidesowej, które w naszym (zachodnio-europejskim) kręgu kulturowym przypisywane jest żyjącemu w VI wieku p.n.e. greckiemu matematykowi i filozofowi Pitagorasowi, chociaż nim starożytni ... też, że jeszcze przed Pi Chinach, I

menu główne:
***Format →Inicjał***

Streszczenie : Normalny + Czcionka: 10 pt, Wcięcie: Z lewej: 1 cm, Pierwszy wiersz: 0 cm, Z prawej: 1 cm, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 12 pt, Po: 6 pt

Styl: **Nagłówek 1**

## 1. Teza

Nagłówek 1 : Normalny + Czcionka: 18 pt, Pogrubienie, Stosuj kerning przy 18 pt, Wcięcie: Z lewej: 0 cm, Wysunięcie: 0,63 cm, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 24 pt, Po: 24 pt, Razem z następnym, Zachowaj wiersze razem, Poziom 1, Tabulatory: 0,63 cm, Tabulator listy, Konspekty numerowane + Poziom: 1 + Styl numeracji: 1, 2, 3, … + Rozpocznij od: 1 + Wyrównanie: Na lewo + Wyrównanie: 0 cm + Tabulator po: 0,63 cm + Wcięcie: 0,63 cm

Styl: **Normalny**

W dowolnym trójkącie prostokątnym, suma przyprostokątnych trójkąta prostokątnego równa jes przeciwprostokątnej tego trójkąta.

Styl: **Normalny**

lub

Styl: **Normalny**

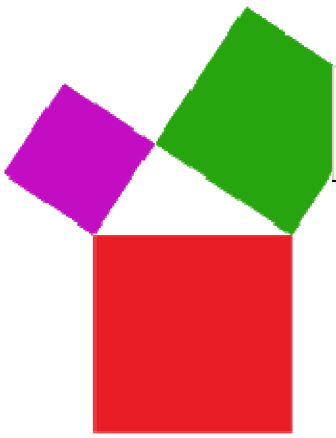
W trójkącie prostokątnym suma kwadratów dł kwadratowi długości przeciwprostokątnej tego trójkąta.

Normalny : Czcionka: (Domyślny) Times New Roman, 12 pt, Polski, Wcięcie: Pierwszy wiersz: 1,25 cm, Wyjustowany, Interlinia: 1,5 wiersza, Kontrola bękartów i wdów

Styl: **Nagłówek 1**

## 2. Interpretacja

Styl: **Rysunek**



Rysunek : Normalny + Wcięcie: Pierwszy wiersz: 0 cm, Wyrównany do środka, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 6 pt, Po: 6 pt, Bez kontroli bękartów i wdów, Razem z następnym

Styl: **Podpis rysunku**

**Rysunek 1. Interpretacja twierdzenia Pitagorasa**

Podpis rysunku : Legenda + Czcionka: 12 pt, Wcięcie: Pierwszy wiersz: 0 cm, Wyrównany do środka, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 6 pt, Po: 18 pt, Zachowaj wiersze razem

Styl: **Normalny** Oto interpretacja geometryczna: jeżeli na bokach trójkąta prostokątnego zbudujemy kwadraty, to suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych tego trójkąta jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej. W sytuacji na rysunku obok: suma pól kwadratów "fioletowego" i "zielonego" jest równa polu kwadratu "czerwonego".

Styl: **Nagłówek 1**

# 3. Dowody

Styl: **Normalny** Liczba różnych dowodów twierdzenia Pitagorasa jest przytłaczająca, według niektórych źródeł przekracza 350. Euklides w Elementach podaje ich osiem, kolejne pojawiały się na przestrzeni wieków i pojawiają aż po dni dzisiejsze.

Styl: **Normalny** Niektóre z dowodów są czysto algebraiczne (jak dowód z podobieństwa trójkątów), inne mają formę układanek geometrycznych (prawdopodobny dowód Pitagorasa), jeszcze inne oparte są o równości pól pewnych figur. Zaprezentujemy tu jedynie kilka wybranych dowodów, do innych podajemy odsyłacze na końcu artykułu.

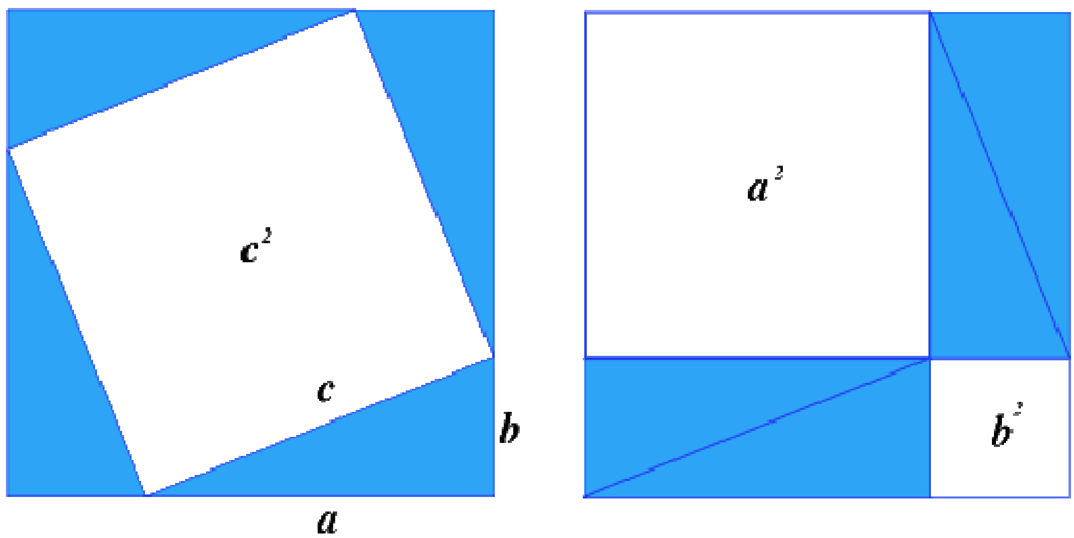
Styl: **Nagłówek 2**

## 3.1. Dowód układanka

Nagłówek 2 : Normalny + Czcionka: 16 pt, Pogrubienie, Wcięcie: Z lewej: 0,63 cm, Wysunięcie: 0,76 cm, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: Automatyczna, Po: Automatyczna, Razem z następnym, Zachowaj wiersze razem, Poziom 2, Tabulatory: 1,9 cm, Tabulator listy, Konspekty numerowane + Poziom: 2 + Styl numeracji: 1, 2, 3, … + Rozpocznij od: 1 + Wyrównanie: Na lewo + Wyrównanie: 0,63 cm + Tabulator po: 1,9 cm + Wcięcie: 1,4 cm

Styl: **Normalny** Dany jest trójkąt prostokątny o bok… Konstruujemy kwadrat o boku długości *a* … a następnie z prawej. Z jednej strony pole kwadratu równe jest sumie pól czterech trójkątów prostokątnych i kwadratu zbudowanego na ich przeciwprostokątnych, z drugiej zaś równe jest ono sumie pól tych samych czterech trójkątów i dwóch mniejszych kwadratów zbudowanych na ich przyprostokątnych. Stąd wniosek, że pole kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej jest równe sumie pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych.

Styl: **Rysunek**




Styl: **Podpis rysunku**

**Rysunek 2. Dowód twierdzenia Pitagorasa**

Styl: **Normalny**

Szczepan Jeleński w książce Śladami Pitagorasa przypuszcza, że w ten sposób mógł udowodnić swoje twierdzenie sam Pitagoras.

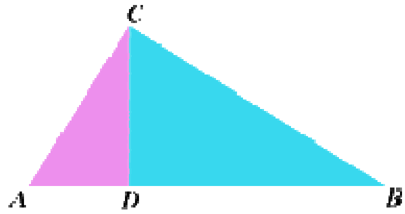
Styl: **Normalny**

Powyższy dowód, choć prosty, nie jest elementarny w tym sensie, że jego poprawność wymaga uprzedniego uzasadnienia, że pole kwadratu złożonego z trójkątów i mniejszych kwadratów jest równe sumie pól tych figur. Może się to wydawać oczywiste, jednak dowód tego faktu wymaga uprzedniego zdefiniowania pola, na przykład poprzez konstrukcję miary Jordana.

Styl: **Nagłówek 2**

## 3.2. Dowód przez podobieństwo (szkolny)

Styl: **Rysunek**




Styl: **Podpis rysunku**

**Rysunek 3. Dowód twierdzenia Pitagorasa przez podobieństwo**

Styl: **Normalny**

Jest to jeden z dowodów podanych przez Euklidesa, wykorzystuje on podobieństwo trójkątów. Zauważmy, że na rysunku obok trójkąty: "duży" – ΔABC, "różowy" – ΔADC i "niebieski" – ΔDBC są podobne. Niech | AB | = c, | BC | = a i | AC | = b. Można napisać proporcje:

Styl: **Wzór**

$$|DB| : a = a : c,$$

Wzór : Normalny + Wcięcie: Pierwszy wiersz: 0 cm, Wyrównany do środka, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Przed: 6 pt, Po: 12 pt

Styl: **Wzór**

$$|AD| : b = b : c.$$

Styl: **Normalny**

Stąd:

Styl: **Wzór**

$$a^2 = c \cdot |DB|$$

Styl: **Wzór**

$$b^2 = c \cdot |AD|$$

Styl: **Normalny**

i po dodaniu stronami:

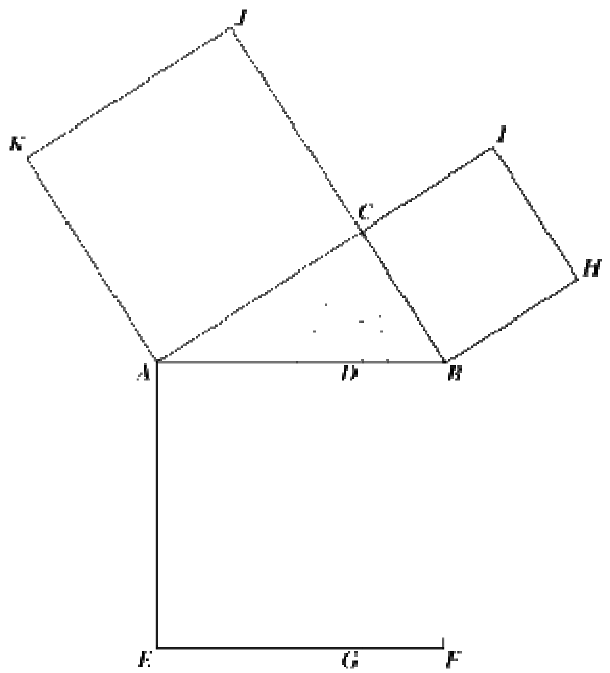
Styl: **Wzór**

$$a^2 + b^2 = c \cdot |DB| + c \cdot |AD| = c(|DB| + |AD|) = c^2.$$

Styl: Nagłówek 2

## 3.3. Dowód czysto geometryczny

Styl: Rysunek




Styl: Podpis rysunku

**Rysunek 4. Geometryczny dowód twierdzenia Pitagorasa**

Styl: Normalny

Następujący dowód znajduje się w Elementach Euklidesa i oparty jest na spostrzeżeniu, że pola dwu mniejszych kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ΔABC są równe polom odpowiednich prostokątów na jakie wysokość CD dzieli kwadrat zbudowany na przeciwprostokątnej.

Styl: Normalny

Dla dowodu zauważmy, że pole kwadratu ACJK jest równe podwojonemu polu trójkąta ΔKAB – podstawą trójkąta ΔKAB jest bok KA kwadratu, a wysokość trójkąta jest równa bokowi CA tego kwadratu. Podobnie, pole prostokąta AEGD jest równe podwojonemu polu trójkąta ΔCAE – podstawą trójkąta ΔCAE jest bok AE prostokąta, a wysokość trójkąta jest równa bokowi EG prostokąta. Jednak trójkąty ΔKAB i ΔCAE są przystające, co wynika z cechy "bok-kąt-bok" – | KA | = | CA | , | AB | = | AE | i kąt $\angle KAB$ jest równy kątowi $\angle CAE$ – a zatem mają równe pola, skąd wynika, że pole kwadratu ACJK jest równe polu prostokąta AEGD.

Styl: Normalny

Analogicznie (rozważając trójkąty ΔCBF i ΔHBA można udowodnić, że pole kwadratu CBHI jest równe polu prostokąta BFGD. Stąd, suma pól obu kwadratów równa jest polu kwadratu AEFB.

Styl: Nagłówek 1

# 4. Twierdzenie odwrotne

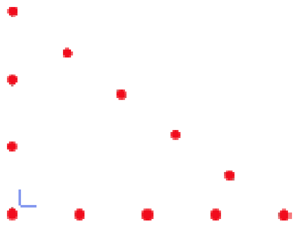
Styl: Normalny

Prawdziwe jest następujące twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

Styl: **Nagłówek 2**

## 4.1. Teza

Styl: **Rysunek**



Styl: **Podpis rysunku**

**Rysunek 5. Odwrotne twierdzenie Pitagorasa**

Styl: **Normalny**

Jeśli dane są trzy dodatnie liczby a,b i c takie, że a2 + b2 = c2, to istnieje trójkąt o bokach długości a,b i c, a kąt między bokami o długości a i b jest prosty.

Styl: **Normalny**

Najprawdopodobniej twierdzenie to wykorzystywane było w wielu starożytnych kulturach Azji (Chinach, Indiach, Babilonii) i Egipcie do praktycznego wyznaczania kąta prostego. Wystarczy bowiem zbudować trójkąt o bokach długości 3, 4 i 5 jednostek, aby uzyskać kąt prosty między bokami o długościach 3 i 4.

Styl: **Nagłówek 2**

## 4.2. Dowód

Styl: **Normalny**

Twierdzenie to można udowodnić na przykład metodą sprowadzenia do sprzeczności lub przy pomocy twierdzenia cosinusów.

Styl: **Nagłówek 1**

# 5. Uogólnienia

Styl: **Normalny**

Pewne uogólnienia twierdzenia Pitagorasa zostały podane już przez Euklidesa w jego Elementach: jeśli zbuduje się figury podobne na bokach trójkąta prostokątnego, to suma pól powierzchni dwóch mniejszych będzie równa polu powierzchni największej figury.

Styl: **Nagłówek 2**

## 5.1. Twierdzenie cosinusów

Styl: **Normalny**

Uogólnienie twierdzenia Pitagorasa na dowolne, niekoniecznie prostokątne, trójkąty nosi nazwę twierdzenia cosinusów i znane było już w starożytności: Jeśli w trójkącie o bokach długości a,b i c oznaczyć przez γ miarę kąta leżącego naprzeciw boku c, to prawdziwa jest równość:

Styl: **Wzór**

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma = c^2.$$

Styl: **Nagłówek 2**

## 5.2. Twierdzenie Dijkstry o trójkątach

Styl: **Normalny** Trywialny wniosek z twierdzenia cosinusów zgrabnie sformułował Edsger Dijkstra: Jeżeli w dowolnym trójkącie naprzeciw boków długości a,b i c znajdują się odpowiednio kąty α,β,γ, to zachodzi równość:

Styl: **Wzór**

$$\operatorname{sgn}(\alpha+\beta-\gamma)=\operatorname{sgn}(a^2+b^2-c^2),$$

Styl: **Normalny** gdzie $\operatorname{sgn}$ oznacza funkcję signum.

Styl: **Nagłówek 1**

# 6. Uwagi

Styl: **Normalny** Trzeba zauważyć, że twierdzenie Pitagorasa jest twierdzeniem geometrii euklidesowej i wynika z aksjomatów tej teorii, a w istocie równoważne jest słynnemu piątemu pewnikowi Euklidesa o prostych równoległych. Nie musi być ono prawdziwe dla trójkątów, które mierzymy w naszym wszechświecie. Jednym z pierwszych matematyków, którzy zdali sobie z tego sprawę był Carl Gauss, który bardzo starannie mierzył wielkie trójkąty w swoich badaniach geograficznych, aby sprawdzić prawdziwość twierdzenia. Na powierzchni kuli twierdzenie to nie jest jednak prawdziwe – obowiązuje tam geometria Riemanna.

Styl: **Normalny** Ogólna teoria względności mówi, że w bardzo silnych polach grawitacyjnych – na przykład w pobliżu czarnych dziur – twierdzenie jest fałszywe (tam także obowiązuje geometria Riemanna). Również w olbrzymich skalach kosmicznych to twierdzenie może być fałszywe w związku z krzywizną przestrzeni w wielkiej skali. Jest to jeden z otwartych problem

***Skasować numer rozdziału***

Styl: **Nagłówek 1**

# Bibliografia

Literatura : Normalny + Wcięcie: Z lewej: 0,63 cm, Wysunięcie: 0,63 cm, Do lewej, Interlinia: pojedyncze, Odstęp Po: 12 pt, Tabulatory: 1,27 cm, Tabulator listy, Numerowanie + Poziom: 1 + Styl numeracji: 1, 2, 3, … + Rozpocznij od: 1 + Wyrównanie: Na lewo + Wyrównanie: 0,63 cm + Tabulator po: 1,27 cm + Wcięcie: 1,27 cm

Styl: **Literatura**[1] Szczepan Jeleński, *Śladami Pitagorasa*